f(x) = y = $\frac{2x^3}{x^2-4}$

- Calculamos el dominio:

  x^2 -4 ≠0 -> x^2 = 4 → x = ± 2 → D(f) = ℝ - $\{-2,2\}$

Asíntotas verticales

- Para x = 2

  $\lim_{x\to 2} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{16}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$

  Calculamos los límites laterales:

  $\lim_{x\to 2^-} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{+}{0^-} = -\infty$

  Tenemos una asíntota vertical en x=2

  $\lim_{x\to 2^+} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{+}{0^+} = +\infty$

- Para x = -2

  $\lim_{x\to -2} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{-16}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$

  Calculamos los límites laterales:

  $\lim_{x\to -2^-} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{-}{0^+} = -\infty$

  Tenemos una asíntota vertical en x = -2

  $\lim_{x\to -2^+} \frac{2x^3}{x^2-4} = \frac{-}{0^-} = +\infty$

Como el Grado del Numerador > Grado del denominador con una diferencia de un grado → tendremos una Asíntota Oblicua

Asíntotas Horizontales

$\lim_{x\to -\infty} \frac{2x^3}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to -\infty} \frac{2x^3}{x^2-4} = -\infty$

$\lim_{x\to \infty} \frac{2x^3}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to \infty} \frac{2x^3}{x^2-4} = +\infty$

No hay asíntota horizontal porque los límites tienden a valores infinitos

<u>Asíntota Oblicua</u>

La asíntota oblicua viene definida por:

y = mx + n = 2x + 0 = 2x

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^3}{x^2-4}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^3}{x^3-4x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to\infty} \frac{2x^3}{x^3-4x} = 2$$

Tenemos Asíntota Oblicua y = 2x

$$n = \lim_{x\to\infty} [f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^3}{x^2-4} - 2x = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 - 2x^3 + 8x}{x^2-4} = \lim_{x\to\infty} \frac{2x^3 - 2x^3 + 8x}{x^2-4} = \lim_{x\to\infty} \frac{8x}{x^2-4} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{8x}{x^2-4} = 0$$

<u>Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:</u>

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Oblicua

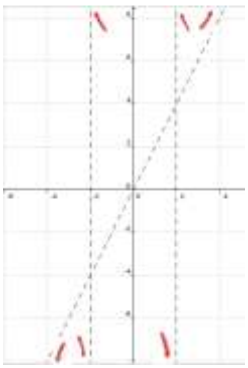
  $$g(x) = \frac{2x^3}{x^2-4} - 2x = \frac{2x^3-2x^3+8x}{x^2-4} = \frac{8x}{x^2-4}$$

- Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

  $\lim_{x\to\infty} \frac{8x}{x^2-4} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

  $\lim_{x\to-\infty} \frac{8x}{x^2-4} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua



y = $\frac{2x^2+1}{x^2-1}$

- Calculamos el dominio:

  x^2 -1 ≠0 → x^2 = 1 → x = ± 1 → D(f) = ℝ - $\{-1,1\}$

Asíntotas verticales

x^2-1=0 → x^2 = 1 → x = ± 1

- Para x = -1

  $$\lim_{x\to -1}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{3}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$$

  Calculamos los límites laterales:

  $$\lim_{x\to -1^-}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$$

  Tenemos una asíntota vertical en x = -1

  $$\lim_{x\to -1^+}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^-} = -\infty$$

- Para x = 1

  $$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{3}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$$

  Calculamos los límites laterales:

  $$\lim_{x\to 1^-}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^-} = -\infty$$

  Tenemos una asíntota vertical en x = 1

  $$\lim_{x\to 1^+}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \frac{+}{0^+} = +\infty$$

Como el Grado del Numerador = Grado del denominador → tendremos una Asíntota Horizontal.

Asíntota Horizontal

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = 2$$

Tenemos una asíntota horizontal en y = 2

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to +\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-1} = 2$$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

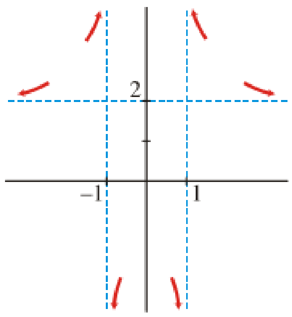
  $g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-1} - 2 = \frac{2x^2+1-2x^2+2}{x^2-1} = \frac{3}{x^2-1}$

- Calculamos los límites cuando tienden a $\pm\infty$ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por $\pm\infty$

  $\lim_{x\to\infty} \frac{3}{x^2-1} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

  $\lim_{x\to-\infty} \frac{3}{x^2-1} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal



f(x)=$\frac{6x}{x^2+1}$

- Calculamos el dominio:

  x^2 +1 ≠0 → x^2 = -1 → No existe ningún valor que anule el denominador → D(f) = ℝ

Asíntotas verticales

Como el D(f) = ℝ no tendremos Asíntotas Verticales

Como el Grado del Numerador < Grado del denominador → tendremos una Asíntota Horizontal.

Asíntota Horizontal

$\lim_{x\to-\infty}\frac{6x}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to-\infty}\frac{6x}{x^2+1} = 0$

Tenemos una Asíntota Horizontal en y = 0

$\lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{x^2+1} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{x^2+1} = 0$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

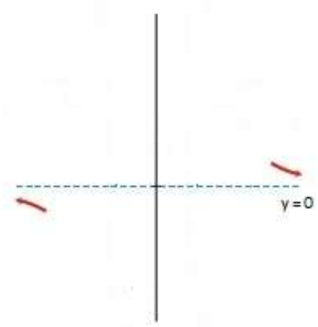
  g(x) = $\frac{6x}{x^2+1} - 0 = \frac{6x}{x^2+1}$

- Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

  $\lim_{x\to\infty}\frac{6x}{x^2+1} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

  $\lim_{x\to-\infty}\frac{6x}{x^2+1} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal



y = $\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36}$

- Calculamos el dominio:

x^2 -36 ≠0 → x^2 = 36 → x = ± 6 → D(f) = ℝ - {−6,6}

Asíntotas verticales

- Para x = - 6

$$\lim_{x\to -6}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \frac{-792}{0} \to \left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -6^-}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \frac{-}{0^+} = -\infty$$

Tenemos una asíntota vertical en x = -6

$$\lim_{x\to -6^+}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \frac{-}{0^-} = +\infty$$

- Para x = 6

$$\lim_{x\to 6}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 6}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \lim_{x\to 6}\frac{x(x-6)(x-5)}{(x-6)(x+6)} = \lim_{x\to 6}\frac{x(x-5)}{(x+6)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

No tendremos una asíntota vertical en x = 6

Como el Grado del Numerador > Grado del denominador con una diferencia de un grado → tendremos una Asíntota Oblicua

Asíntotas Horizontales

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to -\infty}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = -\infty$$

$$\lim_{x\to \infty}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to \infty}\frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} = +\infty$$

No hay asíntota horizontal porque los límites tienden a valores infinitos

<u>Asíntota Oblicua</u>

La asíntota oblicua viene definida por:

y = mx + n = x-11

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-11x^2+30x}{x^3-36x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-11x^2+30x}{x^3-36x} = 1$$ Tenemos Asíntota Oblicua y = x-11

$$n = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - 11x^2 + 30x}{x^2 - 36} - 1x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3 - 11x^2 + 30x - x^3 + 36x}{x^2 - 36} = \lim_{x\to\infty} \frac{-11x^2 + 66x}{x^2 - 36} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right]$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{-11x^2+66x}{x^2-36} = -11$$

<u>Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:</u>

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Oblicua

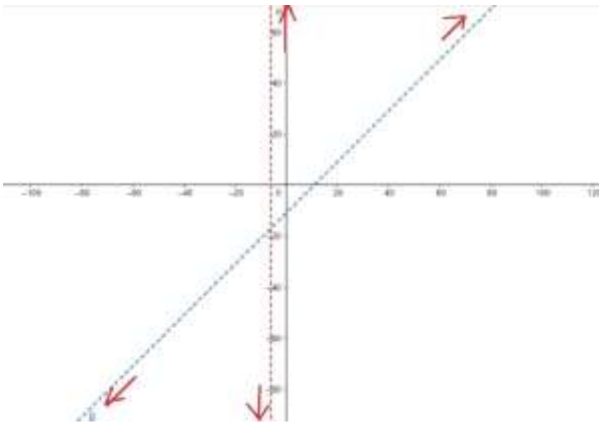
  $$g(x) = \frac{x^3-11x^2+30x}{x^2-36} - (x-11) = \frac{x^3-11x^2+30x-x^3+11x^2+36x-396}{x^2-36} = \frac{66x-396}{x^2-36}$$

- Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

  $\lim_{x\to\infty} \frac{66x-396}{x^2-36} = 0^+ \to$ La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

  $\lim_{x\to-\infty} \frac{66x-396}{x^2-36} = 0^- \to$ La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua



$$f(x)=\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}$$

- Calculamos el dominio:

x^2 + x -6 ≠0 → x = -3 y x=2 → D(f) = ℝ - $\{-3,2\}$

Asíntotas verticales

- Para x = - 3

$$\lim_{x\to -3}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\frac{-15}{0}\to\left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -3^-}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\frac{-}{0^+}=-\infty$$

Tenemos una asíntota vertical en x = -3

$$\lim_{x\to -3^+}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\frac{-}{0^-}=+\infty$$

- Para x = 2

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

Factorizamos tanto el numerador como el denominador:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\lim_{x\to 2}\frac{x(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x(x+2)}{(x+3)}=\frac{8}{5}$$

No tendremos una asíntota vertical en x = 2

Como el Grado del Numerador > Grado del denominador con una diferencia de un grado → tendremos una Asíntota Oblicua

Asíntotas Horizontales

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\to\lim_{x\to -\infty}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=-\infty$$

$$\lim_{x\to \infty}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=\left[\frac{\infty}{\infty}\right]\to\lim_{x\to \infty}\frac{x^3-4x}{x^2+x-6}=+\infty$$

No hay asíntota horizontal porque los límites tienden a valores infinitos

Asíntota Oblicua

La asíntota oblicua viene definida por:

y = mx + n = x - 1

$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x}{x^3+x^2-6x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \to \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x}{x^3+x^2-6x} = 1$ Tenemos Asíntota Oblicua y = x−1

$$n = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x}{x^2+x-6} - x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^3-4x-x^3-x^2+6x}{x^2+x-6} = \lim_{x\to\infty} \frac{-x^2+2x}{x^2+x-6} = -1$$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Oblicua:

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Oblicua

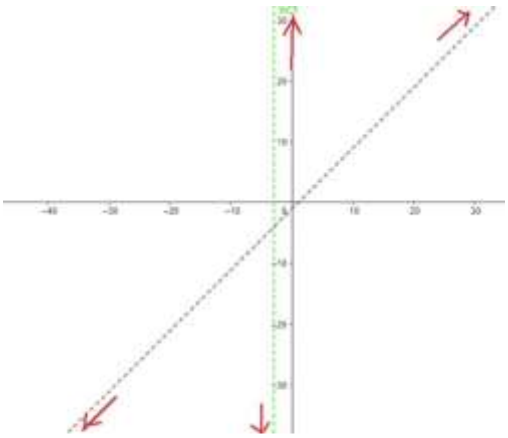
  g(x) = $\frac{x^3-4x}{x^2+x-6} - (x-1) = \frac{x^3-4x-x^3-x^2+6x+x^2+x-6}{x^2+x-6} = \frac{3x-6}{x^2+x-6}$

- Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

  $\lim_{x\to\infty} \frac{3x-6}{x^2+x-6} = 0^+ \to$ La función se encuentra por encima de la Asíntota Oblicua

  $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-6}{x^2+x-6} = 0^- \to$ La función se encuentra por debajo de la Asíntota Oblicua



f(x)= $\frac{-x-3}{-x^2-5x+14}$

- Calculamos el dominio:

$-x^2-5x+14 \neq 0 \rightarrow$ x=2 y x=-7 → D(f) = $\mathbb{R}$-{−7,2}

<u>Asíntotas verticales</u>

- Para x = -7

$$\lim_{x\to -7} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{4}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to -7^-} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{+}{0^-} = -\infty$$

Tenemos una asíntota vertical en x = -7

$$\lim_{x\to -7^+} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{+}{0^+} = +\infty$$

- Para x = 2

$$\lim_{x\to 2} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{-5}{0} \rightarrow \left[\frac{k}{0}\right]$$

Calculamos los límites laterales:

$$\lim_{x\to 2^-} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{-}{0^+} = -\infty$$

Tenemos una asíntota vertical en x = 2

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \frac{-}{0^-} = +\infty$$

Como el Grado del Numerador < Grado del denominador → tendremos una Asíntota Horizontal.

<u>Asíntota Horizontal</u>

$$\lim_{x\to -\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \rightarrow \lim_{x\to -\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = 0$$

Tenemos una Asíntota Horizontal en y = 0

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] \rightarrow \lim_{x\to +\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = 0$$

Posición de la Función con respecto a la Asíntota Horizontal:

- Calculamos la función g(x) = f(x) – A.Horizontal

  $g(x) = \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} - 0 = \frac{-x-3}{-x^2-5x+14}$

- Calculamos los límites cuando tienden a ± ∞ de la función g(x):

  Ambos límites van a tender a 0. Lo que nos interesa es el signo, por lo tanto sustituimos por ± ∞

  $\lim_{x\to\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = 0^+$ → La función se encuentra por encima de la Asíntota Horizontal

  $\lim_{x\to-\infty} \frac{-x-3}{-x^2-5x+14} = 0^-$ → La función se encuentra por debajo de la Asíntota Horizontal